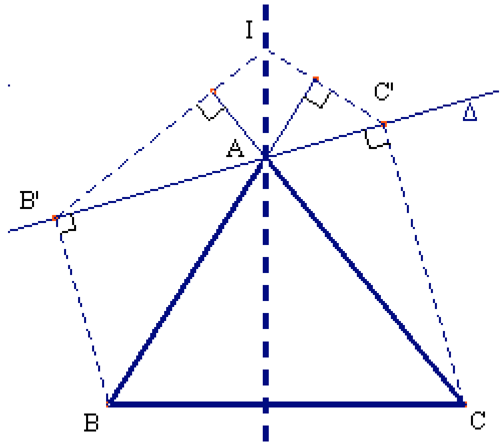
NOM : ………………………………… Prénom : ………………………

Mardi 18 septembre 2001 1°S_3

DEVOIR de MATHEMATIQUES (2h)

(Calculatrice autorisée)

I/ Droites orthogonales dans un triangle.



On considère un triangle ABC et Δ une droite passant par A. On désigne par B' et C' les projetés orthogonaux de B et C sur Δ et, par I le point d'intersection de la perpendiculaire menée de B' à (AC) et de la perpendiculaire à menée de C' à (AB).

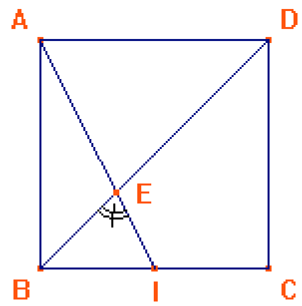
1°) Démontrer que :

$$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AI} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AC} .$$

2°) En déduire que les droites (AI) et (BC) sont orthogonales.

3°) Quel résultat retrouve-t-on en choisissant Δ = (AB) ?

II/ Angle de droites dans un carré.



Soit ABCD un carré de côté *a*. On note I le milieu de [BC] et E le point d'intersection des droites (AI) et (BD).

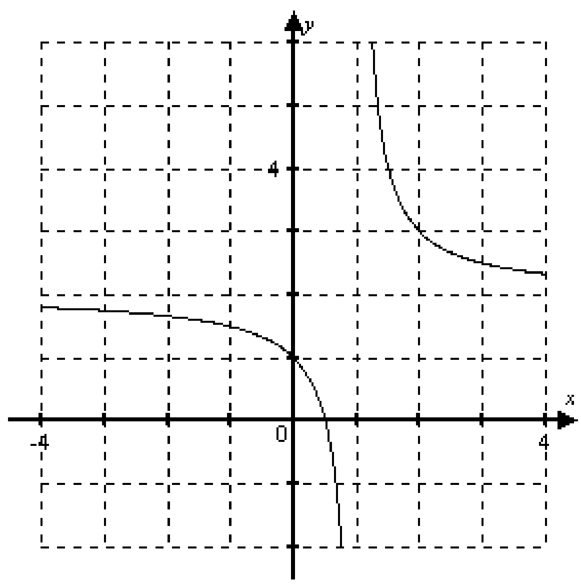
1°) a) Calculer en fonction de *a* : AI et DB.

b) Calculer en fonction de *a* : $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BD}$,

et en déduire $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{DB}$

2°) En déduire une valeur à 0,1° près de l'angle $\widehat{BEI}$

III/ Parabole et hyperbole.



1°) Sur le graphique ci-contre est représenté une hyperbole image par une translation de vecteur $\vec{u}$ de la courbe représentative de la fonction de référence *h* d'équation : $h(x) = \dfrac{1}{x}$.

a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{u}$.

b) Démontrer qu'une équation de la fonction dont on a représenté la courbe est : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

2°) Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 + x + 1$

a) Déterminer les réels a et b tels que : $g(x) = (x - a)^2 + b$.

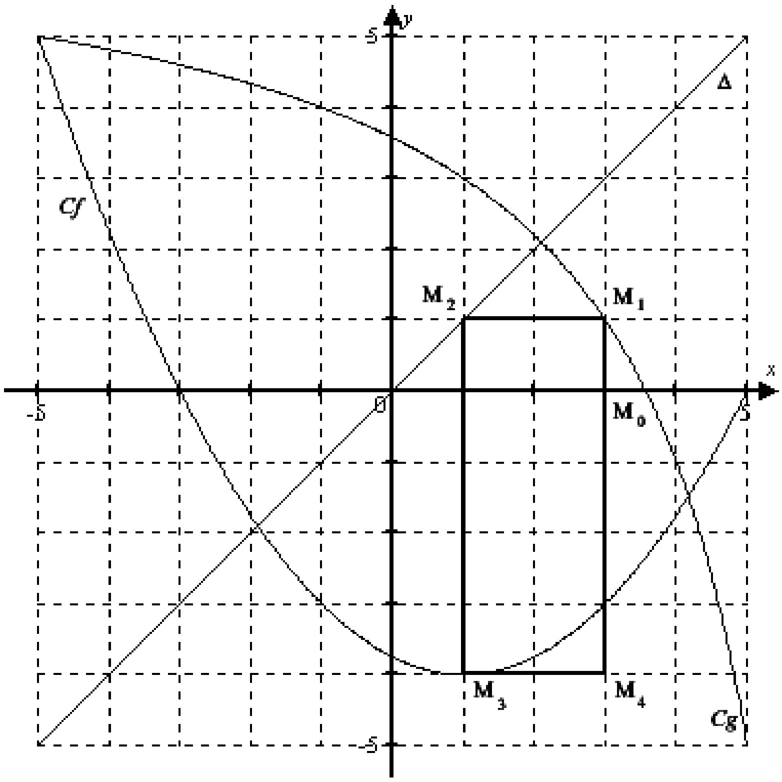
b) En déduire que la courbe C_g représentative de la fonction g est l'image de la courbe représentative d'une fonction de référence que l'on indiquera par la translation de vecteur $\vec{v}$ dont on donnera les coordonnées.

c) Tracer la courbe C_g sur le graphique précédent.

3°) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ et indiquer comment vérifier les résultats sur le graphique.

IV/ <u>Composée de deux fonctions.</u>

Soient f et g deux fonctions définies sur l'intervalle [-5 ; 5] et dont les représentations graphiques sont données ci-dessous.



1°) Par lecture graphique, donner les tableaux de variations de f et g.

2°) a) Justifier que $f \circ g$ est définie sur [-5 ; 5].

b) Par lecture graphique, compléter les tableaux de valeurs suivants :

x	-5	1	3	4	5
$g(x)$					

x	-5	-1	1	3	5
$f(x)$					

x	-5	1	3	4	5
$f \circ g(x)$					

c) Déterminer, en utilisant les variations de f et g, les variations de $f \circ g$ sur $I_1 = [-5 ; 3]$ et sur $I_2 = [3 ; 5]$

3°) a) Soit Δ la droite d'équation $y = x$ et soit $x_0 \in [-5 ; 5]$, on note :
$M_0(x_0 ; 0)$ puis on construit les points suivants :
M_1 le point d'intersection de la parallèle à l'axe des ordonnées passant par M_0 et de la courbe C_g.
M_2 le point d'intersection de la parallèle à l'axe des abscisses passant par M_1 et de la droite Δ.
M_3 le point d'intersection de la parallèle à l'axe des ordonnées passant par M_2 et de la courbe C_f.
M_4 le point d'intersection de la parallèle à l'axe des abscisses passant par M_3 et de la droite (M_0M_1).
Déterminer les coordonnées des points M_1, M_2, M_3 et M_4 en fonction de x_0, f et g.
Que peut-on en déduire pour le point M_4 ?
b) Effectuer la construction précédente en prenant $x_0 = -1$
c) En utilisant les points déjà construits et les tableaux obtenus au 2°), tracer dans le repère précédent la courbe représentative de la fonction $f \circ g$.

<u>**Barème possible :**</u> I/ **4 pts** - II/ **4 pts** - III/ **5 pts** - IV/ **7 pts**

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction de la copie -