

NOM :

Prénom :

Mardi 18 septembre 2001

1°S

DEVOIR COMMUN de MATHÉMATIQUES (2h)

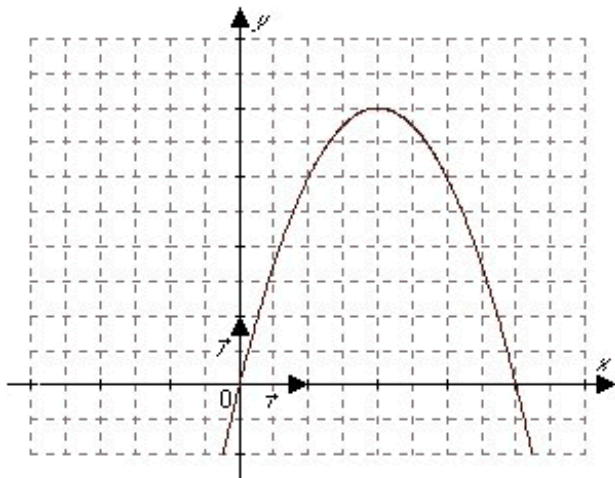
(Calculatrice autorisée)

I/ Equation

Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\frac{2x}{x+1} = \frac{x+1}{8x}$

II/ Une fonction

On a tracé ci-dessous la courbe C_f représentant la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = -x^2 + 4x$.



1° a) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) < 3$. On justifiera en faisant référence à la représentation graphique.

b) Développer le produit $(x - 1)(x - 3)$ et en déduire la résolution algébrique de l'inéquation : $f(x) < 3$.

2° a) Tracer la parabole d'équation $y = x^2$ sur dans le repère ci-dessus.

b) Résoudre graphiquement l'équation : $-x^2 + 4x = x^2$.

c) Retrouver les solutions de cette équation par le calcul.

3° Dresser le tableau de variation de f .

4° Parmi les rectangles de périmètre 8 (l'unité de longueur est l'hectomètre soit 100 m), on se propose de déterminer celui d'aire maximale.

a) Justifier que si une des dimensions du rectangle est notée x alors, l'autre est $4 - x$ et l'aire est $f(x)$.

b) Utiliser le tableau de variations de f pour répondre à la question posée. Quelles sont les dimensions en mètres du rectangle d'aire maximale ?

Quelle est l'aire maximale en m^2 ?

.../...

III/ Vecteurs du plan

Soit un triangle ABC. On note I le milieu du segment [AC] et on définit les points J et K par :

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}.$$

- 1°) Faire une figure sur une feuille séparée.
- 2°) Exprimer que : \overrightarrow{IJ} puis \overrightarrow{KJ} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC}
- 3°) Démontrer que les points I, J et K sont alignés.

IV/ Repère du plan

Dans le plan muni d'un repère $(O, \overset{\uparrow}{i}, \overset{\uparrow}{j})$, on donne les points :

$$A(-2 ; 1), \quad B(4 ; 4) \quad \text{et} \quad C(2,5 ; -2).$$

- 1°) Calculer les coordonnées du point G, centre de gravité du triangle ABC.
- 2°) G' est le symétrique de G par rapport au milieu de [AC].
Calculer les coordonnées du point G' et démontrer que G est le milieu de [BG'].
- 3°) La droite (BC) coupe l'axe des abscisses en E ; calculer les coordonnées du point E.
- 4°) La droite (AB) coupe l'axe des ordonnées en F ; calculer les coordonnées du point F.
- 5°) Démontrer que (EF) est parallèle à (AC) et que le point G est sur la droite (EF).

- Il sera tenu compte de la présentation et de la rédaction de la copie -